

TEMA: GRÁFICA DE LA FUNCION EXPONENCIAL

Conocimientos previos

- Puntos en el plano.
- Interpretación de gráficos
- Simetría axial
- Función lineal
- Proporcionalidad directa
- Gráfico de la función cuadrática
- Propiedades de la potenciación
- Uso del software Graphmatica

Expectativas de logro

Que el alumno pueda:

- Interpretar el gráfico de la función exponencial.
- Reconocer los movimientos de la gráfica de la función exponencial.
- Utilizar el software Graphmatica como instrumento para la resolución de situaciones problemáticas.
- Cuestionar la validez y la generalidad de las afirmaciones propias y ajenas en relación con el conocimiento matemático.
- Valorar el lenguaje preciso, claro y conciso de la matemática como organizador del pensamiento.

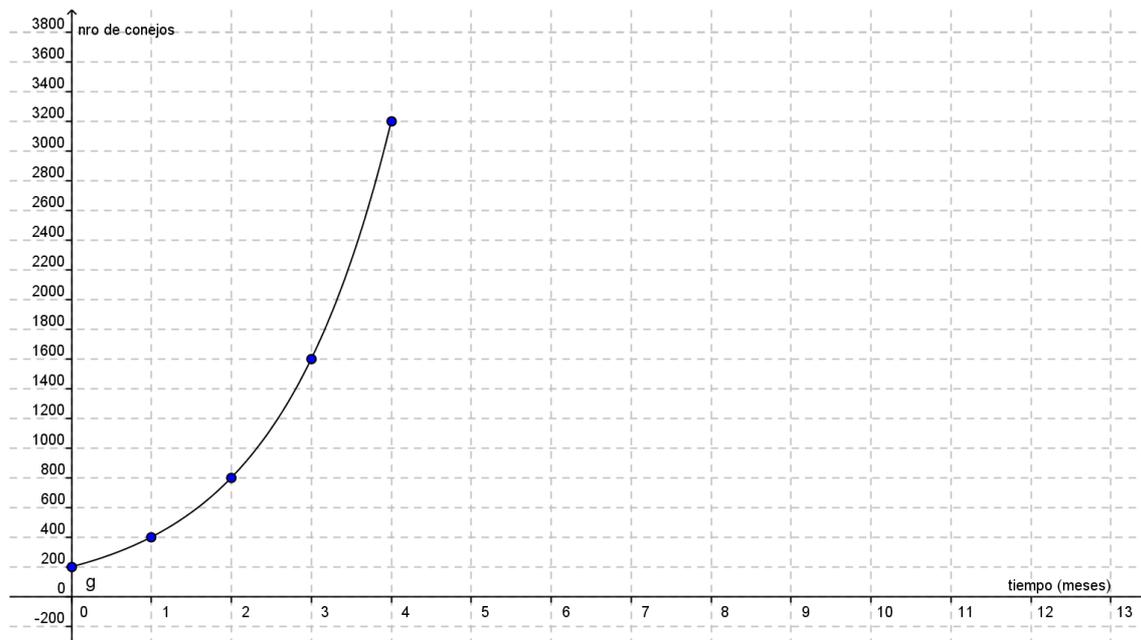
Contenidos por dar

- Fórmula de la función exponencial.
- Movimientos de la gráfica de la función exponencial.
- Gráficas a través del software Graphmatica.
- Cuestionamiento sobre la validez y la generalidad sobre las posibles respuestas.
- Valoración del lenguaje matemático.

Momentos de la clase

Al comienzo de la clase les pediré a los alumnos que hagan grupos donde como máximo sean cuatro integrantes. Luego les alcanzaré una fotocopia con un ejercicio:

En el siguiente gráfico se representan los resultados de un estudio realizado sobre el crecimiento de una población de conejos a medida que transcurre el tiempo en una granja en la ciudad de Quilmes.



Respondan:

- 1) ¿Cuál era el número de conejos de esa población cuando comenzó el estudio? ¿y cuando finalizó el estudio?
- 2) ¿La función graficada es creciente, decreciente o constante?
- 3) Completen la siguiente tabla.

Tiempo (meses)	N° de conejos
1	
2	
3	
4	
5	

- 4) ¿Cuánto aumenta el número de conejos entre el primer y el segundo mes? ¿y entre el segundo y tercero? ¿y entre el tercero y cuarto?
- 5) ¿Es la misma la variación del número de conejos de esa población cada vez que transcurre un mes?
- 6) ¿Existe proporcionalidad entre el número de conejos de la población y el tiempo?

Después daré un tiempo en donde entre los integrantes de los grupos intercambien sus ideas. Para finalizar los grupos darán a conocer sus respuestas.

Posibles respuestas:

- 1) 200, ¿por qué? Porque cuando empieza el estudio en el mes 0 hay 200 conejos. 400, ¿por qué? Porque hay que tomar el mes 1 para saber cuántos conejos había al principio. A ustedes, ¿Qué les parece?
Menos que cuando terminó. Bien, pero, ¿cuántos?
Cuando finalizó 4. ¿4 conejos?
3200. ¿no hay más? No sabemos, el estudio termina en el cuarto mes.
- 2) Decreciente porque viene bajando. Si la gráfica se “lee” de izquierda a derecha, ¿te parece que decrece? ¿Cómo era la definición de crecimiento que no me la acuerdo bien? “a medida que aumenta la x... entonces es creciente
- 3)

Tiempo (meses)	Nº de conejos
1	400
2	800
3	1600
4	3200

- 4) Entre el primer y el segundo mes hay 400 conejos más. Entre el segundo y el tercero 800. Y entre el tercero y el cuarto 1600
- 5) No, no es la misma variación del número de conejos de esa población cada vez que transcurre un mes.
- 6) Si cada vez que transcurre un mes aumenta el doble la cantidad de conejos. ¿No tendría que aumentar siempre la misma cantidad para que sea proporcional? No hay proporcionalidad entre el número de conejos y la cantidad de meses.

Institucionalización

En el ejercicio analizaron la función cuyo gráfico representa el crecimiento de una población a medida que transcurre el tiempo y verificaron que el crecimiento de esa población por unidad de tiempo no es constante. El gráfico de dicha función es una curva. Aparece otra familia de funciones: las funciones exponenciales, en cuyas fórmulas la variable x figura como exponente. Estas funciones son del tipo $y = a^x$ donde $a \neq 0$ y $a \neq 1$.

Siguiendo con el transcurso de la clase, daré el siguiente ejercicio:

Grafique utilizando el programa Graphmatica las siguientes funciones. Luego extraiga conclusiones respecto al gráfico y las fórmulas.

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a) $f(x) = 2^x$ | b) $g(x) = 2^x + 2$ |
| c) $h(x) = 2^x - 2$ | d) $s(x) = 2^{x+1}$ |
| e) $t(x) = 2^{x-2}$ | f) $u(x) = -2^x$ |

Ante el posible bloqueo que los alumnos pueden llegar a tener para extraer las conclusiones, los guiaré mediante una serie de preguntas como por ejemplo:

Primero hay que diferenciar la función con el color de la gráfica. -¿todas las gráficas son positivas? ¿Por qué en la mayoría de las funciones no corta al eje x ? - ¿todas las gráficas son crecientes? ¿Cuál no? - ¿El término independiente mueve la gráfica? ¿Qué es lo que hace “subir o bajar” la gráfica?

Posibles respuestas:

Hay sólo una gráfica que tiene una parte negativa y una parte positiva. Pero no pasa del -2 . También está la que no pasa al 2 .

La mayoría de las funciones no corta al eje x porque no hay un término que esté restando.

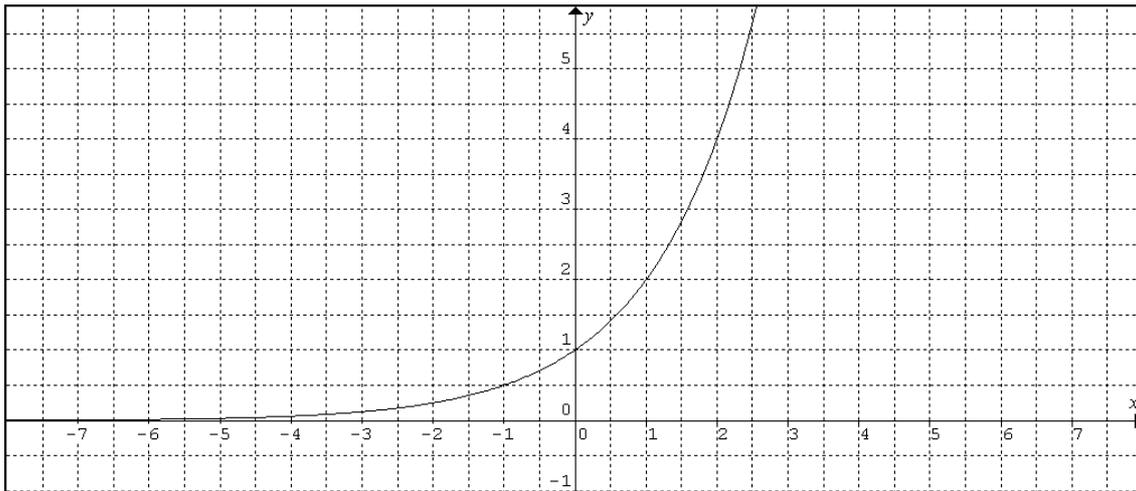
Sólo una gráfica es decreciente, justo es la que tiene la x negativa. Las demás son crecientes.

Lo que mueve la gráfica son los términos independientes. Los términos independientes que están con la x además inclinan más la gráfica.

Hay gráficas que parece que no se van a tocar nunca.

Para realizar una mejor apreciación sobre las conclusiones que los alumnos obtuvieron se analizarán una por una las gráficas.

$$f(x) = 2^x$$

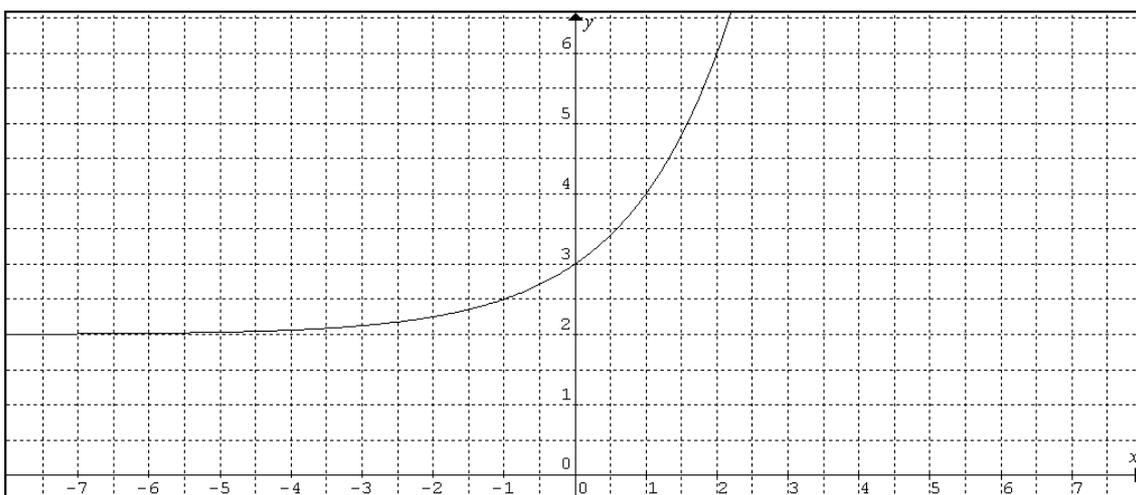


¿La función es creciente, decreciente o constante? Constante no es porque no es una recta. Es creciente porque es parecida al gráfico del primer problema.

¿Positiva, negativa o tiene ambas? Negativa no va a ser porque no tiene imagen negativa. ¿a qué se debe que no tiene imagen negativa? Es así porque el 2 es positivo y por más que el exponente sea par o impar siempre va a dar otro positivo. Entonces, ¿Cómo es la gráfica? Positiva.

¿Qué valores tiene en las intersecciones con los ejes? en el eje y, 1. ¿Por qué? Porque se reemplaza la x por 0 y cualquier número elevado a 0 es igual a 1. ¿y en el eje x? no hay porque como dijimos antes al no haber imagen negativa no va haber intersección con el eje x y va a ser siempre positiva.

$$g(x) = 2^x + 2$$

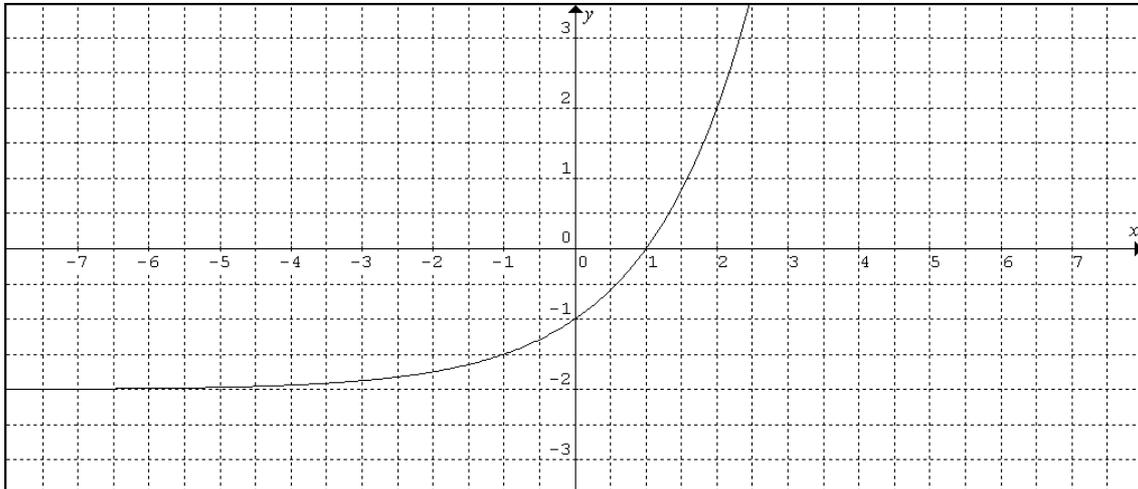


¿La función es creciente, decreciente o constante? Es creciente ya que a medida que aumenta la x aumenta el valor de y.

¿La gráfica es positiva o negativa? Positiva nunca va a cortar al eje x. Ya que nunca va a cortar el eje x, ¿en qué valor corta al eje y? En el 3.

Si tomamos como referencia a $f(x) = 2^x$ y su gráfico, ¿Qué les parece que sucedió con este gráfico? Es similar al gráfico de la función anterior nada más que éste subió dos unidades. ¿a qué se debe? A que en la función hay un 2 que está sumando.

$$h(x) = 2^x - 2$$



¿La función es creciente, decreciente o constante? Es creciente, similar a los gráficos anteriores.

¿La gráfica es positiva o negativa? Tiene una parte negativa y otra parte positiva. ¿para cuáles valores de x es negativa y para cuáles positivas? Desde $-\infty$ hasta 1 es negativa y desde 1 hasta $+\infty$ positiva. ¿Cuáles son las intersecciones con los ejes? con el eje x el 1, y con el eje y el -1.

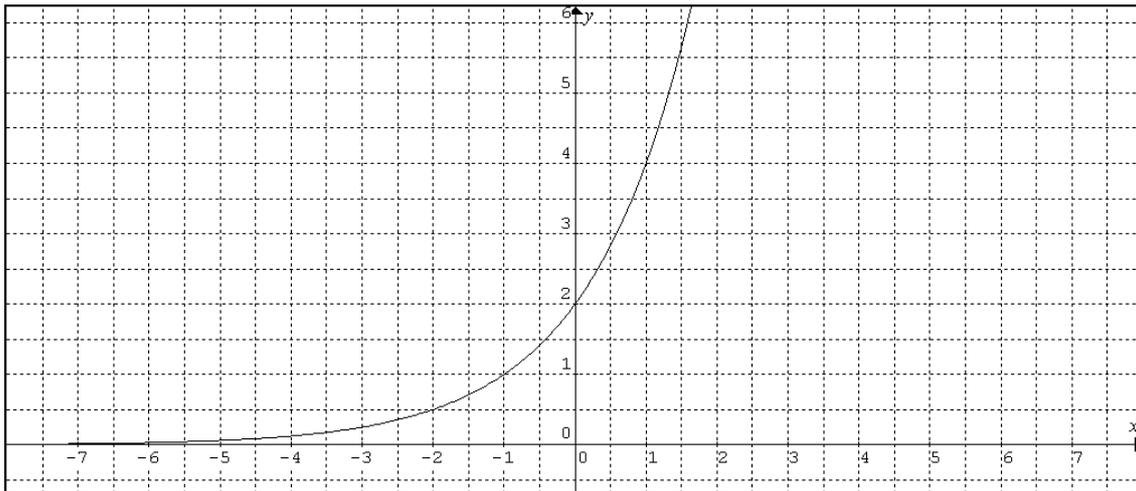
Si tomamos como referencia a $f(x) = 2^x$ y su gráfico, ¿Qué les parece que sucedió con este gráfico? Parecido a lo que pasó con el gráfico anterior, pero a diferencia de aquel este tiene al 2 restando.

Institucionalización

Como vimos en los ejercicios anteriores el término independiente mueve la gráfica hacia arriba y hacia abajo. Se puede decir que cuando la función sea: $y = a^x + b$, la gráfica estará desplazada hacia arriba en tantas unidades sea b , y si la función es $y = a^x - b$ la gráfica estará desplazada hacia abajo en tantas unidades sea b .

Siguiendo con el ejercicio analizaremos las restantes gráficas.

$$s(x) = 2^{x+1}$$

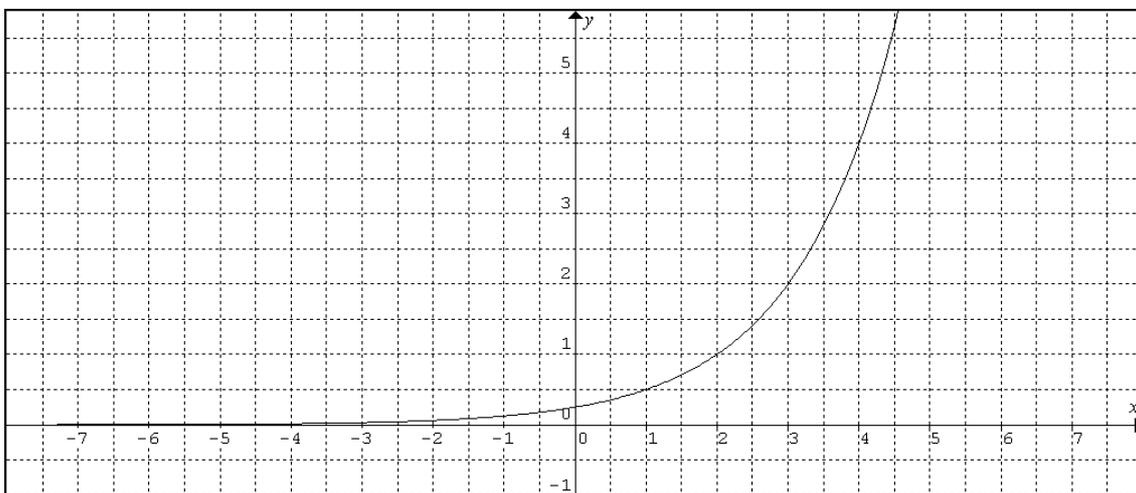


¿La función es creciente, decreciente o constante? Es creciente ya que a medida que aumenta la x aumenta el valor de y .

¿La gráfica es positiva o negativa? Positiva nunca va a cortar al eje x . ¿Por qué? Porque no hay nada que reste y que baje a la gráfica y el 2 de la base es positivo.

Si tomamos como referencia a $f(x) = 2^x$ y su gráfico, ¿Qué les parece que sucedió con este gráfico? Este gráfico tiene ordenada al origen en 2. Pareciera que está subido también. ¿y qué sucede con la rama que se dirige hacia arriba? En esta gráfica se puede ver que la rama que se dirige hacia arriba pareciera estar corrida hacia la izquierda.

$$t(x) = 2^{x-2}$$

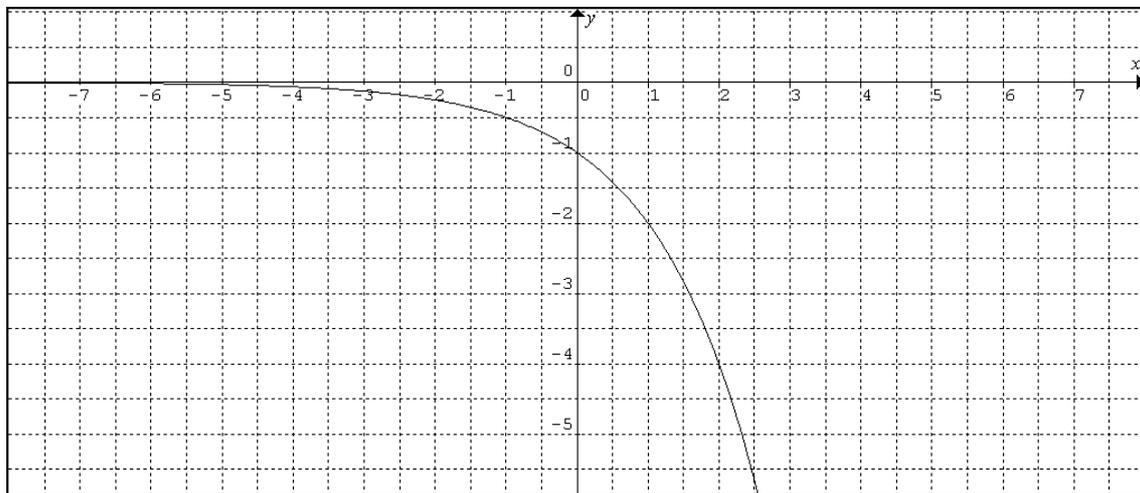


¿La función es creciente, decreciente o constante? Es creciente ya que a medida que aumenta la x aumenta el valor de y .

¿La gráfica es positiva o negativa? Positiva nunca va a cortar al eje x . ¿Por qué? Porque el 2 de la base es positivo y no importa el exponente su resultado será siempre positivo.

Si tomamos como referencia a $f(x) = 2^x$ y su gráfico, ¿Qué les parece que sucedió con este gráfico? En esta gráfica se puede ver que la rama que se dirige hacia arriba pareciera que se aleja más que las anteriores del eje y. Se puede decir entonces que a la gráfica la desplazaron hacia la izquierda. No, hacia la derecha profesor.

$$u(x) = -2^x$$



¿La función es creciente, decreciente o constante? Es decreciente ya que a medida que disminuye la x disminuye el valor de y .

¿La gráfica es positiva o negativa? Negativa nunca va a cortar al eje x . ¿Por qué? Porque el 2 de la base lo está multiplicando un menos. ¿un menos solo? ¿no hay nada delante de ese menos? Si estaría un 1. Pero no hace falta ponerlo. Y eso hace que me modifique a los resultados.

Si tomamos como referencia a $f(x) = 2^x$ y su gráfico, ¿Qué les parece que sucedió con este gráfico? Es la copia del gráfico 2^x nada más que está plegado sobre las imágenes negativas. Si me estás diciendo que está plegado, ¿por dónde lo doblarías? Por el eje x . y eso ¿Cómo se llamaba en matemática? Que vimos algo similar la clase anterior. Ah lo de la simetría... ¿de qué tipo? Axial es.

Institucionalización

Gracias a estos ejercicios pudimos observar que cuando en el exponente aparece un número que está sumando o restando a la x , la gráfica de dicha función estará desplazada hacia la derecha o la izquierda. Si la función es del tipo $y = a^{x+b}$, la gráfica estará desplazada hacia la izquierda y si la función es del tipo $y = a^{x-b}$, la gráfica estará desplazada hacia la derecha.

Cuando la función está siendo multiplicada por un número negativo en nuestro caso el 1 pero puede ser cualquier otro, la gráfica será decreciente.

Estrategias docentes de trabajo

- Situaciones problemáticas
- Actividades
- Debates
- Puesta en común
- Devolución
- Tratamiento del error

Recursos

- Pizarrón y tiza
- Calculadoras
- Software educativos (Graphmatica)
- Libros
- Fotocopias

Posibles bloqueos

- No interpretar el gráfico
- Concepto de crecimiento
- Concepto de proporcionalidad
- Conclusiones acerca de los desplazamientos de la gráfica.

Tiempo estimado

- 2 horas

Ambiente

- Aula

Bibliografía del docente

- Diseño curricular para la Educación Secundaria 3° Año
- S. Semino, S. Englebert, S. Pedemonti. (1997), “Matemática 9”. Editorial A-Z. Bs. As.

Bibliografía del alumno

- S. Semino, S. Englebert, S. Pedemonti. (1997), “Matemática 9”. Editorial A-Z. Bs. As.